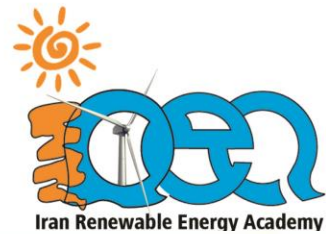


Text : * مبانی مهندسی برق (جلد اول)
(فیتز جerald)

کیسهای الکتریکی :

- 1 - ولتاژ (اختلاف پتانسیل)
- 2 - جریان
- 3 - توان
- 4 - انرژی
- 5 - بار الکتریکی
- 6 - شار الکتریکی



| | علامت | واحد |
|-------|-----------------|--------|
| ولتاژ | V, v | Volt |
| جریان | I, i | Amper |
| توان | P, p, θ | Watt |
| انرژی | E, e | Joule |
| بار | C, c | Culumb |
| شار | ϕ, φ | |

* نمادهای بزرگ برای جریان DC است.

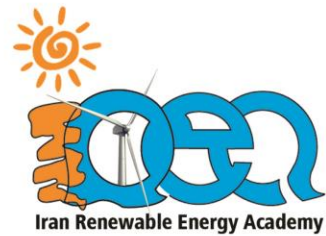
$$\left. \begin{array}{l} P = VI \\ E = \int_0^t P dt \end{array} \right\} \rightarrow P = \frac{dE}{dt}$$

$$V = R \cdot I \quad \text{قانون اهم (}\Omega\text{)}$$

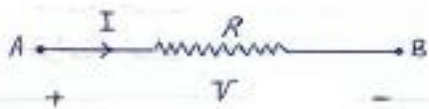
* مقاومت یک عنصر دوسر است که بر اثر عبور جریان از آن اختلاف پتانسیل در دوسر آن پدید می آید.



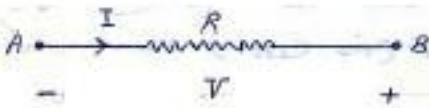
* جهت فلش با علامت I تماماً جهت واقعی جریان را نشان می دهند.



* در قانون اهم باید جهت متناظر باشند .



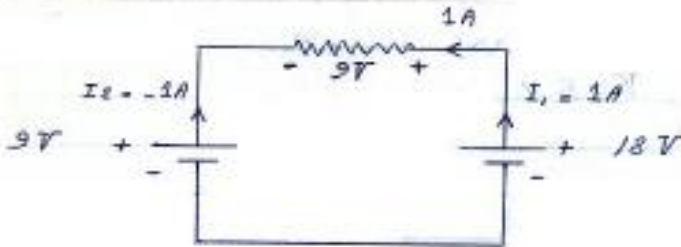
جهت جریان و ولارپته
ولتاژ متناظر است
($V = RI$)



جهت جریان و ولارپته
ولتاژ متناظر نیست
($V = -RI$)

* در مدار ما جهت را متناظر می گیریم . یعنی برای عناصر الکتریکی
صرف کننده جهت جریان و ولارپته و ولتاژ متناظر انتخاب می کنیم و
مشاره ($P = VI > 0$) ، توان مصرف شده است .
برای منابع جهت جریان و ولارپته و ولتاژ را غیر متناظر انتخاب
می کنیم و ($P = VI < 0$) ، توان تولید شده است .

مثال - در شکل زیر توان مصرف شده توسط مقاومت و تولید
شده توسط منابع را بیابید .



$$P = 9 \times 1 = 9 \text{ W}$$

$$P = 18 \times 1 = 18 \text{ W}$$

$$P = 9 \times -1 = -9 \text{ W}$$

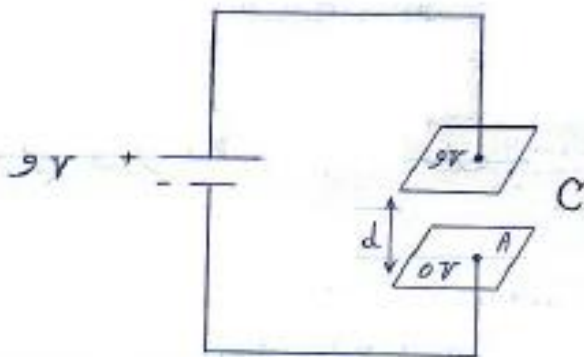
توان مصرف شده توسط مقاومت

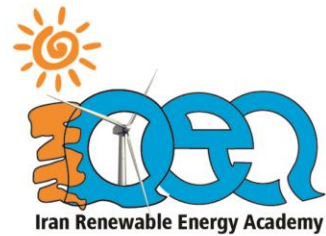
توان تولید شده

توان تولید شده

* یعنی منبع دریم که توان تولید شده اش منفی درآمده در واقع مصرف کننده است (چون منبع توان تر در مدار داریم) و در حال شارژ شدن است.

خازن : انرژی الکتریکی را ذخیره می کند و پس می دهد.

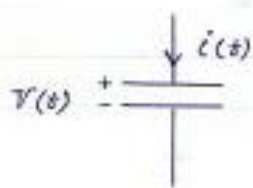




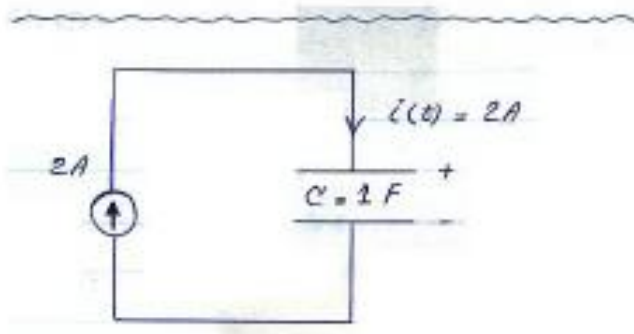
* $C = \frac{\epsilon A}{d}$ Farad 

* رابطه ولتاژ- جریان برای خازن :

* با جهت ا مثل یک مسرکتند. متناظر می گیریم .



$$\begin{cases} v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \\ i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \end{cases}$$

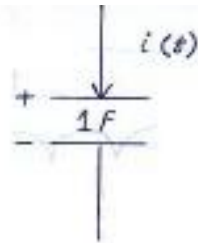
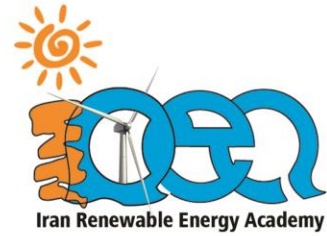


مثال -

$$v(t) = \frac{1}{1} \int_0^t 2 dt = 2t$$

* یعنی الکترونی یک صفحه مرتب

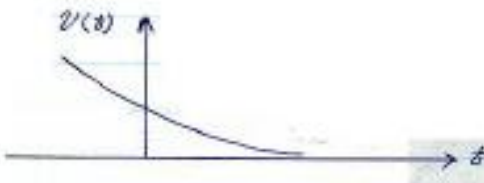
تخلیه می شود و انفجار رخ می دهد پس خازن را نمی توان به منبع DC بست .



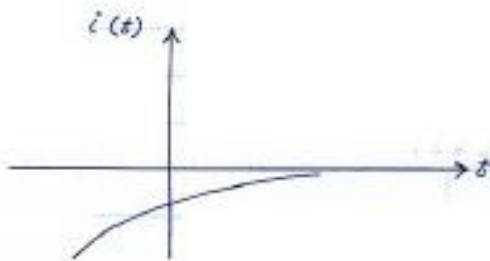
مثال -

$$v(t) = 10 e^{-5t}$$

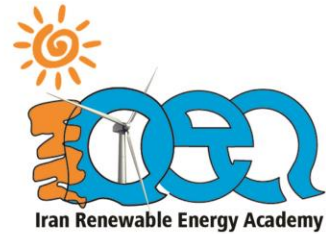
$$i(t) = 1 \times \frac{d}{dt} (10 e^{-5t}) = -50 e^{-5t}$$



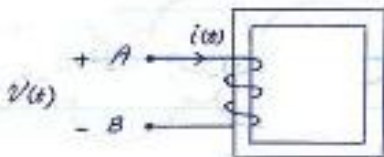
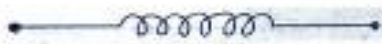
* چون ولتاژ کم شونده است یعنی خازن در حال پس دادن است.



$$\begin{cases} i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \\ v(t) = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \end{cases}$$



* سلف : یک عنصر الکتریکی است که می تواند انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند.

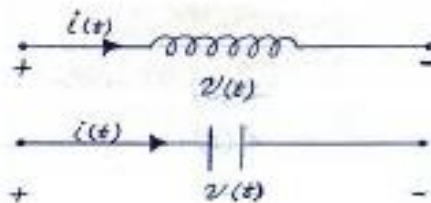


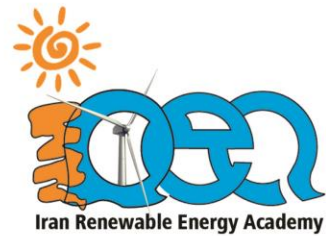
$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

ضرب خود القا

* واحد اندازه گیری حثرتی (H) است.

$$\begin{cases} v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \\ i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v(t) dt \end{cases}$$





اصل پیوستگی ولتاژ خازن

چون ولتاژ خازن یک تابع اولیه است پس حتماً باید پیوسته باشد (هر چند $v(t)$ پیوسته نباشد).

اصل پیوستگی جریان سلف

چون جریان سلف یک تابع اولیه است پس حتماً باید پیوسته باشد (هر چند $i(t)$ پیوسته نباشد).

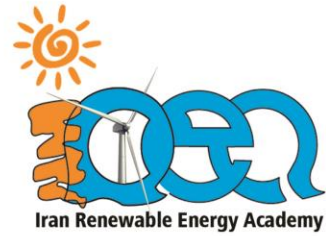
| سلف | C | R | تولید یا انرژی |
|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|----------------|
| $E = \frac{1}{2} L I^2$ | $E = \frac{1}{2} C V^2$ | $P = R I^2 = \frac{V^2}{R}$ | |



$v(t) = 10 \cos 100t$

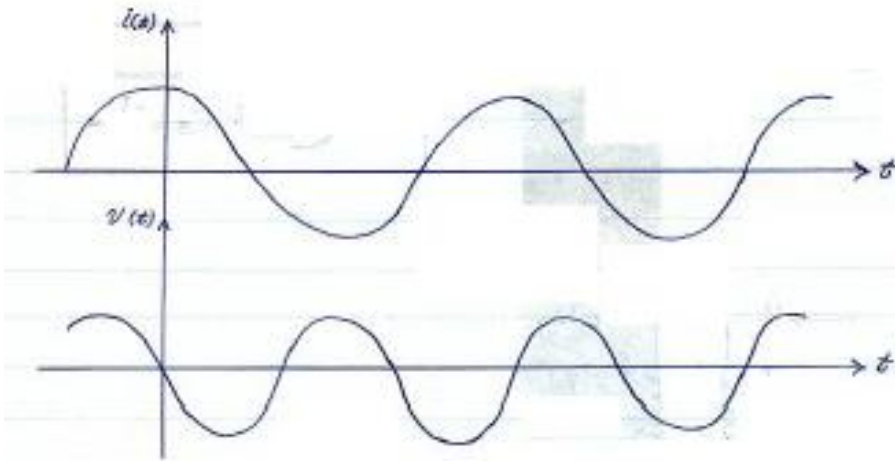
$i(t) = ?$

مثال -

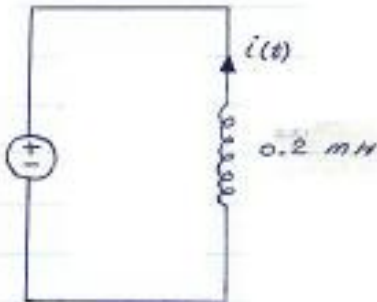


$$V(t) = L \frac{di}{dt} (t)$$

$$V(t) = 0.2 (10 \cos 100t)' = -200 \sin 100t$$



مثال -

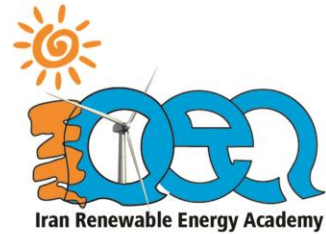


$$V(t) = 22 \sin 5t$$

$$i(t) = ?$$

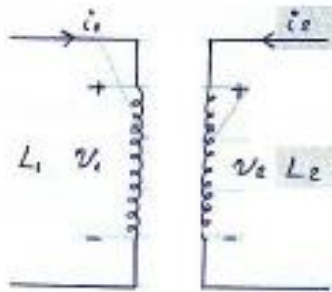
$$i(0) = 0$$

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t 22 \sin 5t = \frac{1}{0.2 \times 10^{-3}} \int_0^t \sin 5t dt$$



گویند که سنگ لعل می شود در مقام صبر
آری شود و لیلی به خون جگر شود

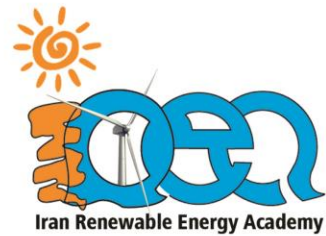
سلفهای تزویج شده



اگر مستقل باشند :

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \\ v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

* اما اکنون در سلف باهم رابطه مغناطیسی دارند پس :



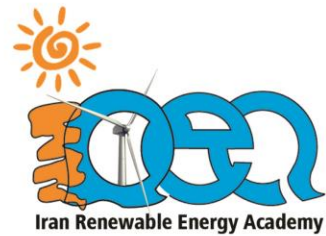
$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

- * یعنی ولتاژ دوس هر سلف هم در مقابل تغییر جریان خودش
- مقاومت می کند و هم در مقابل تغییر جریان سلف دیگر M
- ضریب القای متقابل است بر حسب هانری.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \\ V = L \times \frac{d}{dt} I \end{cases}$$

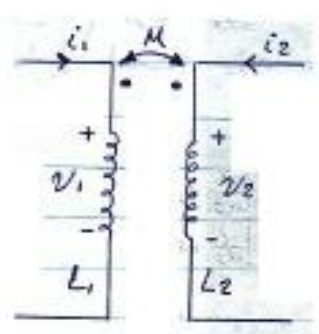
$$\begin{cases} 0 \leq M \leq L_1, L_2 \\ k^2 = \frac{M^2}{L_1 L_2} \rightarrow 0 \leq k \leq 1 \end{cases}$$

- * اگر $m^2 = L_1 L_2$ باشد ترازی ایده آل است.
- * اگر $m^2 = 0$ باشد سلفها مستقل هستند.



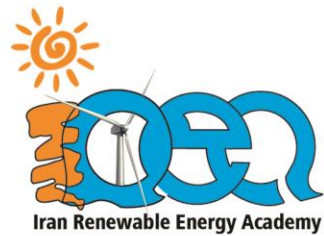
مثال -

$$\begin{cases} L_1 = 2 \text{ mH} \\ L_2 = 5 \text{ mH} \\ M = 3 \text{ mH} \\ i_1 = 5 \sin 10t \text{ A} \\ i_2 = 6 \sin (10t + 30) \text{ A} \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = ? \\ v_2 = ? \end{cases}$$



۱- جهت جریان و ولتاژ متناظر را انتخاب می کنیم.
 ۲- اگر جریانها باهم از سرهای نقطه دار وارد و یا خارج شوند برای M علامت مثبت در نظر می گیریم و اگر یکی وارد و یکی خارج شود علامت M را منفی در نظر می گیریم.

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$



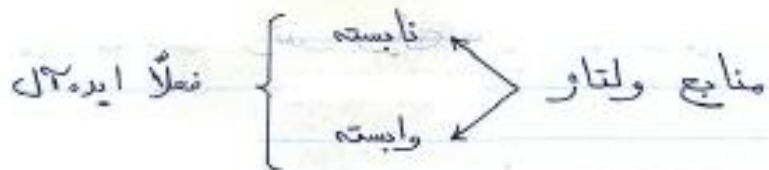
$$v_1(t) = 2 \times 10^{-3} (50 \cos 10t) + 3 \times 10^{-3} (60 \cos (10t + 30)) \quad \text{Volt}$$

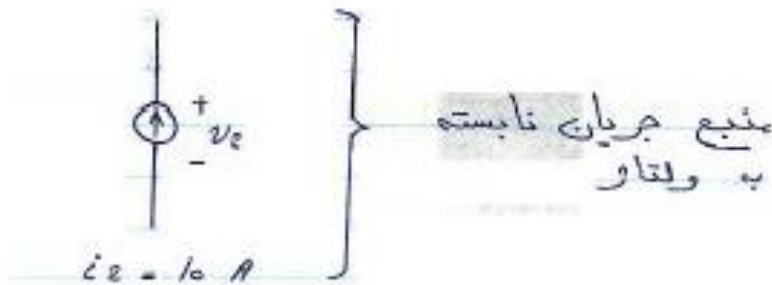
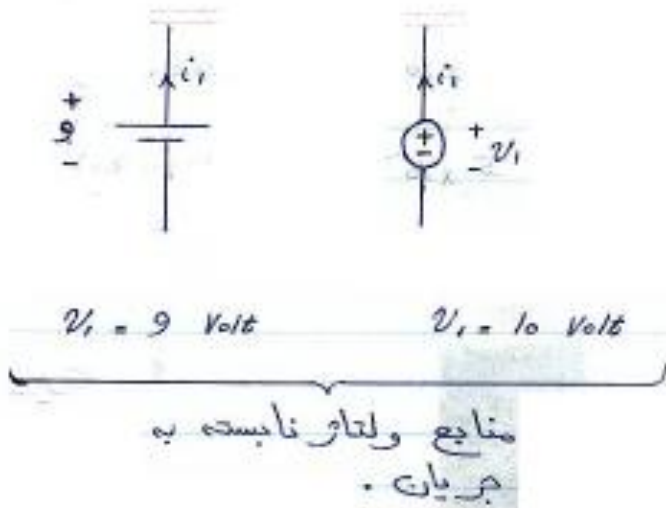
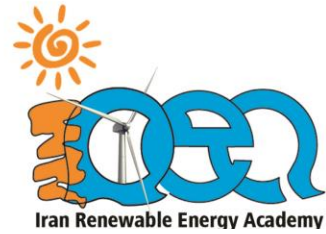
$$v_2(t) = 3 \times 10^{-3} (50 \cos 10t) + 5 \times 10^{-3} (60 \cos (10t + 30)) \quad \text{Volt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 20 \sin 300t \\ v_2 = -30 \cos 300t \\ L_1 = 2 \text{ mH} \\ L_2 = 5 \text{ mH} \\ M = 3 \text{ mH} \\ i_1(0) = 0 \\ i_2(0) = 0 \\ i_1 = ? \\ i_2 = ? \end{array} \right.$$

تمرین - 1

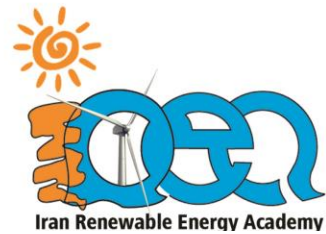
* دو معادله دو مجهولی
دیفرانسیلی است که با یکبار
انتگرال گیری حل می شود.





* یعنی در حالت ایده آل مثلا هر قدر جریان بکشیم ولتاژ پیل افت نمی کند.

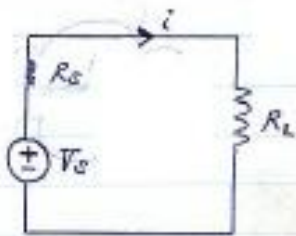
* در حالت ایده آل اگر به باطری $1/5 \text{ V}$ و مقاومت 0.1Ω ببندیم باید 9 A جریان برود اما اینطور نیست و این به علت وجود مقاومت داخلی باطری است.



* $0.1 + 10\Omega = 10.1 \Rightarrow 890 \text{ mA}$

* $\frac{1k + 10\Omega}{1k\Omega} \Rightarrow \left. \begin{matrix} 8.99 \text{ mA} \\ 9 \text{ mA} \end{matrix} \right\} \text{ تقریباً برابر}$

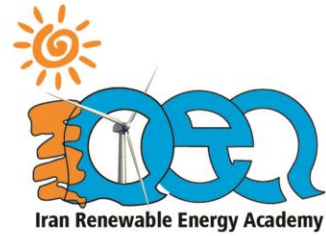
* یعنی اگر به منبع غیر ایده آل مقاومتی بزرگتر از مقاومت داخلی آن ببندیم عملاً همان جریان ایده آل را می دهد اما در حالت عکس - مقاومت باطنی تعیین کننده است.



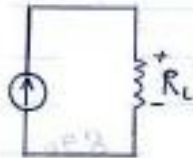
* $i_L = \frac{V_S}{R_S + R_L}$ جریان منبع ولتاژ غیر ایده آل

$\left\{ \begin{matrix} R_L \gg R_S \rightarrow i_L \approx \frac{V_S}{R_L} \end{matrix} \right.$ جریان منبع ایده آل

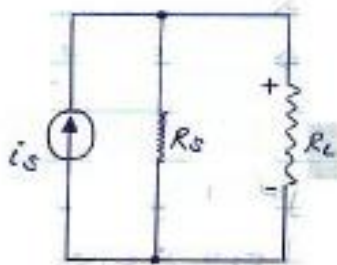
$\left\{ \begin{matrix} R_L \ll R_S \rightarrow i_L = \frac{V_S}{R_S} = \text{cste} \end{matrix} \right.$ منبع جریان



* منبع جریان غیر ایده آل :



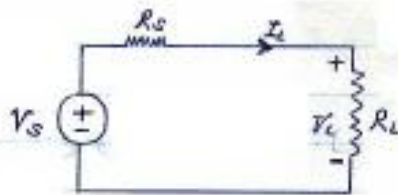
ایده آل



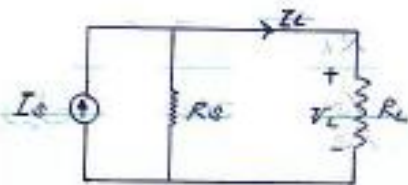
مقاومت داخلی منبع جریان
همواره با آن موازی
است.

غیر ایده آل

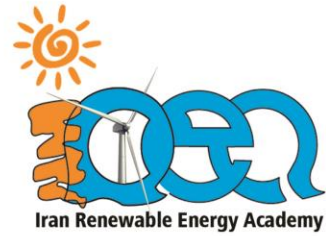
تبدیل منابع



$$\begin{cases} I_L = \frac{V_s}{R_s + R_L} \\ V_L = R_L \times \frac{V_s}{R_s + R_L} \end{cases}$$



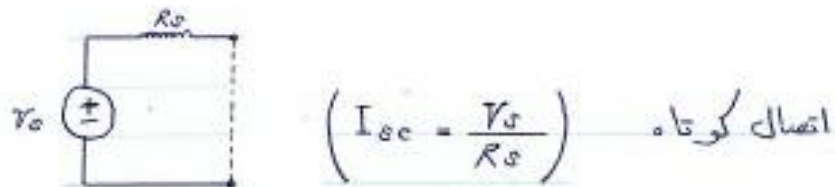
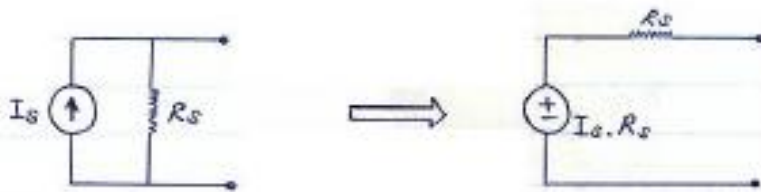
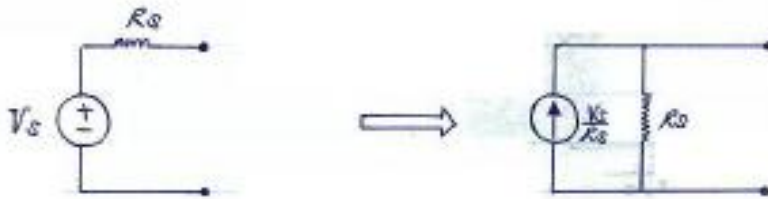
$$\begin{cases} V_L = \frac{R_s R_L}{R_s + R_L} I_s \\ I_L = \frac{R_s}{R_s + R_L} I_s \end{cases}$$

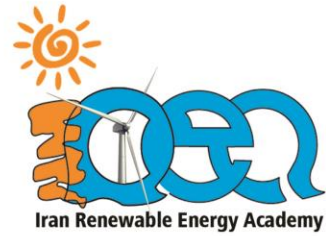


* فرض می کنیم $I_S = \frac{V_S}{R_S}$ باشد :

$$\left\{ \begin{aligned} V_L &= \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} I_S = \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} \times \frac{V_S}{R_S} = R_L \frac{V_S}{R_S + R_L} \\ I_L &= \frac{R_S}{R_S + R_L} I_S = \frac{R_S}{R_S + R_L} \times \frac{V_S}{R_S} = \frac{V_S}{R_S + R_L} \end{aligned} \right.$$

* یعنی منبع جریان غیر ایده آل با این شرط همان منبع ولتاژ است.





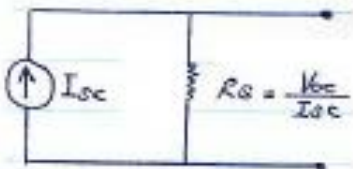
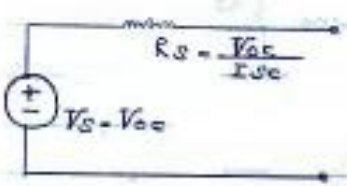
$$(V_{oc} = I_{sc} \cdot R_s)$$

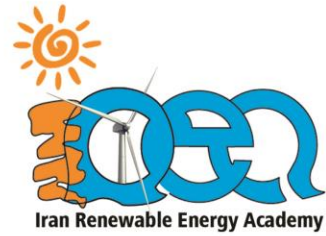
اتصال باز منبع جریان

Short Cerket - sc
Open Cerket - oc



V_{oc} (ولتا متر سری شده)
 I_{sc} (آمپر متر سری شده)





مثال - یک پیل الکتریکی داریم =
 تعیین - 2 -

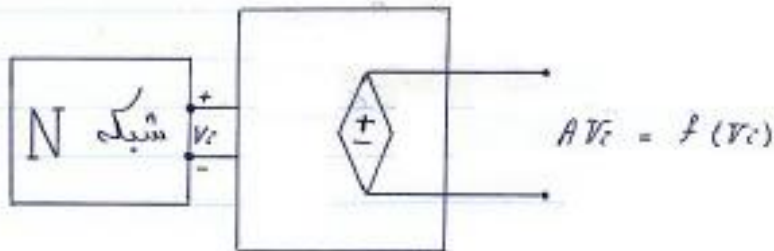
$$\begin{cases} V_S = 1.5 \text{ Volt} \\ R_S = 4.2 \Omega \end{cases}$$

الف - مدار معادل منبع جریان این پیل را بیابید -
 ب - مقادیر V_{oc} و I_{sc} را بیابید -

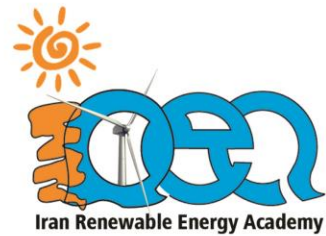
منابع وابسته

ولتاژ
 جریان

منابع وابسته



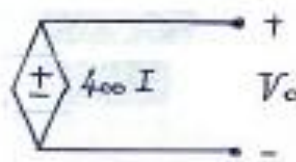
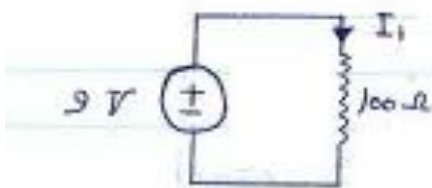
* یعنی اگر A بزرگتر از 1 باشد تقویت کننده است و اگر کوچکتر



از 1 باشد تضعیف کننده است. منبع افوق را منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ گویند. (VCVS)

- | | |
|------|--------------------------------|
| VCVS | 1 - منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ |
| ICVS | 2 - منبع ولتاژ وابسته به جریان |
| VCIS | 3 - منبع جریان وابسته به ولتاژ |
| ICIS | 4 - منبع جریان وابسته به جریان |

مثال - در مدار زیر ولتاژ خروجی را بیابید.



منبع ولتاژ
وابسته به
جریان

$$\begin{cases} I_1 = \frac{9}{100} = 0.09 \text{ A} \\ V_0 = 400 \times 0.09 = 36 \text{ V} \end{cases}$$